-EXERCICE 27.3-

• **ENONCE :**

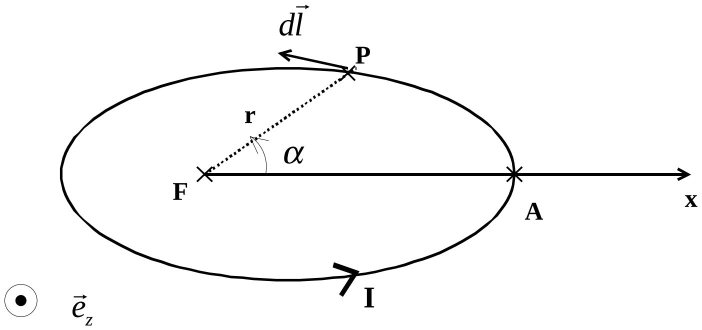
« Champ créé par une ellipse »

On considère une spire elliptique (paramètre p, excentricité e), parcourue par un courant permanent I ; calculer le champ magnétique au foyer.

• CORRIGE :

« Champ créé par une ellipse »

♦ Ici aussi, nous allons travailler en coordonnées cylindriques et appliquer la relation de Biot et Savart (les symétries sont insuffisantes, à part dans le plan de l'ellipse, pour utiliser le théorème d'Ampère) ; nous allons raisonner sur la figure ci-dessous :



♦ $\vec{B}(F) = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_{spire} d\vec{l} \wedge \dfrac{\overrightarrow{PF}}{r^3} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_{spire}(dr\vec{e}_r + rd\theta\vec{e}_\theta)\wedge\dfrac{(-\vec{e}_r)}{r^2} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_{spire}\dfrac{d\theta}{r}\vec{e}_z$

En coordonnées polaires et avec l'axe polaire passant par l'apocentre, l'équation de l'ellipse est :

$r = \dfrac{p}{1-e\cos\theta}$ (pour $\theta = 0$, r est maximum $\Rightarrow$ le dénominateur est minimum) ; d'où :

$$\boxed{\vec{B}(F) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1-e\cos\theta}{p}d\theta\vec{e}_z = \frac{\mu_0 I}{2p}\vec{e}_z}$$ puisque : $[\sin\theta]_0^{2\pi} = 0$

Rq : on peut rapprocher cette expression du champ au centre d'une spire circulaire de rayon p.